

篇名：

馬克士威方程式及電磁波探討

作者：

李承翰。國立臺南一中。高二 17 班

郭柏廷。國立臺南一中。高二 17 班

指導老師：

趙梓程教授

李國君教授

壹、前言

本論文旨在探討由電生磁、磁生電，而兩個互相產生的場又能透過電磁交互作用產生電磁波，這個電磁波又能透過和物質交互作用產生光電效應，再產生電流，這個令人興奮不已的循環。接著我們再就各部分進行深入的了解及探討，甚至使用古典物理來解釋及建立近代物理現象的模型。

本論文主要討論的是馬克士威方程式（Maxwell Equations）及電磁波與物質的交互作用。首先藉由基礎物理中提到的電磁交互作用（Electromagnetic Interaction），延伸至馬克士威方程組，並進行深入探討，再經由古典物理的虎克定律（Hooke's Law）推導至波動方程式（Wave Equation），比對證明出馬克士威方程式為波動。最後透過簡單的程式模擬（Dev-Cpp/CodeBlocks），觀察出馬克士威方程式具有與介質波類似的波動性質。

接著由高中物理課程中所提到的光電效應（Photoelectric Effect），延伸出波動與物質的交互作用。例如光電效應、能階躍遷、色散……等等。再依據這些已觀察到的現象，嘗試建構古典物理可以理解的模型來解釋近代物理所發現的波動與物質交互作用，包括彈簧模型、散射模型、斜坡模型。

由電生磁，磁生電的概念推導至電磁波的生成以及電磁波與物質交互作用，透過數學式、原理推導，以及程式模擬、模型建構，期望能清楚闡述電磁波的基本性質。

貳、正文

一、馬克士威方程式

馬克士威在《電磁場的動力學理論》（A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field）中提出八條方程式，再經由黑塞維（Oliver Heaviside）、赫茲（Heinrich Hertz）等人整合成現今的馬克士威方程組。在《電磁場的動力學理論》中，馬克士威利用這些方程組解釋電磁波的波動性質，而我們在此論文中也將解釋同一件事。

1. 高斯定律(Gauss' Law): 在 1835 年由卡爾·高斯(Johann Carl Friedrich Gauss)所提出，高斯推導出在一個閉合曲面下，淨電通量會等於閉合曲面內的淨電荷除以真空電容率。由此可見閉合曲面內的電場強度與內部電荷有關。

$$[1-1] \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \mathbf{E}: \text{電場} \quad \rho: \text{電荷密度} \quad \epsilon_0: \text{電常數}$$

就如同在高中課程的萬有引力章節中的球殼定理，球殼面上的重力場強度與球殼內部質量有關。在電場中，此球殼面即高斯曲面，電場就有如重力場一樣，而內部電荷則似於內部質量一樣，由此理解高斯定律將會容易一些。

2. 高斯磁定律(Gauss' Law for magnetism): 此定律基本上在發現磁場後即存在，因為科學家早就知道無法分離出磁單極，並沒有一個確切的提出時間，只是高斯使用數學式將其表示。證明因為磁場的散度為零，磁力線為閉合曲線，所以磁單極不存在。

$$[1-2] \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \mathbf{B}: \text{磁場}$$

此定律在數學上的意義為磁場散度為零，其實就是表示不會只有磁南極存在，有磁南極必找得到磁北極，磁北極亦同。

3. 法拉第定律 (Faraday's Law of Electromagnetic Induction)：1831 年由麥克·法拉第 (Michael Faraday) 提出，以數學式說明眾所周知的電磁感應定律 (Electromagnetic Induction)，即磁場變化可以產生感應電流。顯示感應電場的強度與磁場的時變率有關。

$$[1-3] \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \frac{\partial}{\partial t} : \text{對時間的偏微分}$$

國中課程即有提到，磁場變化會產生感應電流，而此電流就會連帶產生電場。法拉第將其用數學形式表達，顯示電場強度的旋度等於磁場強度對時間的偏微分，而偏微分函數本身就帶有變化的意義，因此此方程式的意義可以被理解為磁場變化會產生電場。

4. 馬克士威-安培定律 (Maxwell-Ampere's Law)：安培提出右手定則表述電場會產生磁場，而馬克士威則再加上修正項。1826 年由安德烈·瑪莉·安培 (André-Marie Ampère) 提出，用數學式表達電流磁效應。1861 年馬克士威在《論物理力線》(On Physical Lines of Force) 中提出，假若電場與時間有關，則安培提出的方程式不成立，並為其加上馬克士威修正項。

$$[1-4] \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu_0 \mathbf{J} \quad \mu_0 : \text{磁常數}; \mathbf{J} : \text{電流密度}$$

電流可以產生磁場，此同屬國中電磁學的範圍。安培表示將電場變化量與磁場強度為正相關，但我們知道電場不需要變化即可以產生磁場，所以馬克士威加上修正項。

二、馬克士威方程式轉為電磁波

我們想要利用馬克士威方程式推導出與介質波動方程式：

$$[2-1] \quad \nabla^2 \mathbf{u} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2}$$

類似形式的波動方程式，波動方程式中我們看到了拉普拉斯算子，又已知對向量取兩次旋度可以得到一項具有拉普拉斯算子的結果，由 1-1 式到 1-4 式，我們決定先從對 1-3 再取一次旋度開始，因此可以得到：

$$[2-2] \quad \nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla \times \left(-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right)$$

現在我們如下假設：

$$[2-3] \quad \nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \quad \mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z) \quad \mathbf{B} = (B_x, B_y, B_z)$$

且已知拉普拉斯算子 (Laplace operator) 運算規則如下：

$$[2-4] \quad \nabla \times \nabla \times \mathbf{F} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{F}) - \nabla^2 \mathbf{F} \quad \mathbf{F} : \text{任意向量}$$

因此可以得知：

$$[2-5] \quad \nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$$

而在真空中是沒有電荷的，因此 ρ 為零，因此 $\nabla \cdot \mathbf{E}$ 為零。所以：

$$[2-6] \quad \nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\nabla^2 \mathbf{E}$$

2-2 的等式右邊可以透過外積行列式展開得到：

$$[2-7] \quad \nabla \times \left(-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right) = - \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \times \left(\frac{\partial}{\partial t} B_x, \frac{\partial}{\partial t} B_y, \frac{\partial}{\partial t} B_z \right) = - \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial t} B_x & \frac{\partial}{\partial t} B_y & \frac{\partial}{\partial t} B_z \end{vmatrix}$$

$$= - \frac{\partial}{\partial t} \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = - \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{B}) = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{E} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{E}$$

因此將等式兩邊各自轉換後可以得到：

$$[2-8] \quad \nabla^2 \mathbf{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{E}$$

而磁場亦同，可以得到：

$$[2-9] \quad \nabla^2 \mathbf{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{B}$$

其形式與波動方程式十分類似，因此可以說電磁交互作用後，能產生類似波動的現象，即電磁波。

而又可以將 $\nabla^2 \mathbf{E}$ 再進一步分解簡化：

$$[2-10] \quad \nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} E_y - \frac{\partial^2}{\partial y^2} E_x - \frac{\partial^2}{\partial z^2} E_x + \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial z} E_z, \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial z} E_z - \frac{\partial^2}{\partial z^2} E_y - \frac{\partial^2}{\partial x^2} E_y + \right.$$

$$\left. \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} E_x, \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial z} E_x - \frac{\partial^2}{\partial x^2} E_z - \frac{\partial^2}{\partial y^2} E_z + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial z} E_y \right)$$

我們令此電磁波之振幅方向在 X 軸方向，則只有 E_x 的函數值有意義，其餘 E_y, E_z 皆可視為零忽略。再者將其簡化為一維波動，只看 Y 方向上的前進，則可以簡化為：

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \frac{\partial^2}{\partial y^2} \mathbf{E}$$

因為波前進方向為我們簡化及設定的，因此可以任意變化，振幅方向亦同，因此可

以歸納出電磁波與波動方程式類似的公式：

$$\frac{\partial^2}{\partial X^2} E = \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t^2} E$$

$$\frac{\partial^2}{\partial X^2} B = \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t^2} B$$

三、虎克定律

何謂虎克定律？虎克定律又應用於哪些物體的運作，進而產生哪些現象呢？出乎意料的，日常生活中，環顧四周，觸目所及的種種，從大家耳熟能詳的彈簧到我們幾乎不曾注意的身上的皮膚，都隱藏著虎克定律。而在進一步瞭解虎克定律之前，先讓我們藉一步窺視虎克定律的起源及發展。虎克定律的發現者——英國人虎克（Robert Hooke），除了在物理界有偉大的貢獻之外，亦在其他領域有許多傑出的表現。其中，在生物學界裡，虎克及與之齊名的雷文霍克，都利用自製顯微鏡觀察了細菌以及其他肉眼無法直接觀測到的微小生物。值得一提的是，他為著名化學家——波以耳製作的相關實驗器材，更成為了使其研究得以成名的重要利器。

當然，虎克最有名的發現便是他在 1660 年得出，隨後於 1678 年發表的虎克定律。虎克定律的敘述為：使某物體形變到某一種程度所需的施力與物體形變量成正比。公式如下：

$$[3-1] \quad F = k \cdot X \quad F = \text{力} \quad k = \text{彈性係數} \quad X = \text{形變量}$$

要注意的是，當物體形變到某一種程度之後，物體就不再符合虎克定律，而此現象稱為彈性疲乏。[3-1] 因施力與形變皆有方向性，所以物理學家經常把虎克定律寫成向量形式。如下所示：

$$[3-2] \quad \vec{F} = -k \cdot \vec{X} \quad \vec{F} = \text{力} \quad k = \text{彈性係數} \quad \vec{X} = \text{形變量}$$

Eq.3-1 與 Eq.3-2 所相差的負號所示的意義為：F 可代表彈簧因為施力與形變所儲存的彈力或恢復到原平衡狀態的力，而此力與形變量方向相反。彈性係數 k 的量值與物體本身的物理特性有關，如：物體的柔軟度。但要產生不同的彈性係數除了用不同的彈簧（在此，我們假設某物體為彈簧）外，亦可透過不同的彈簧的搭配而組合成擁有不同彈性係數的彈簧組。組合的方法可分為串聯與並聯二種。

串聯為彈簧頭尾相接所形成的一個較大的彈簧組。如圖 3-1 所示：



圖 3-1 彈簧串聯

串聯後，此彈簧組的等效彈性係數會與原本單一彈簧的彈力係數不一樣，而彈力係

數公式如下

$$[3-3] \quad \frac{1}{k_{\text{total}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_n}$$

由此可知，串聯越多，等效彈性係數越小。造成此現象的原因為，在同樣的施力下，總形變量改變。將 Eq.3-2 兩邊同除以形變量的量值可得：

$$[3-4] \quad k = -\frac{|\overline{F}|}{|\overline{X}|}$$

可想而知，當施力相同，而形變量增加時，彈性係數會隨之變小。並聯為連接於同一物體上且平行的彈簧。如圖 3-2 所示：

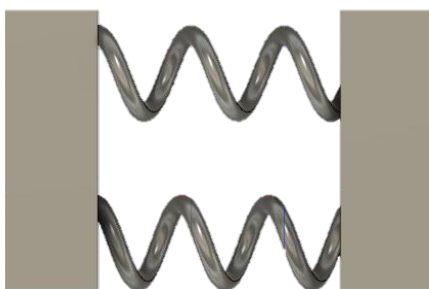


圖 3-2 彈簧並聯

並聯後，此彈簧組的等效彈性係數亦會與原本單一彈簧的彈力係數不一樣。等效彈力係數公式如下：

$$[3-5] \quad K_{\text{total}} = \sum_{i=1}^n K_n$$

由此可知，並聯越多，等效彈性係數越大。此現象的產生原因為：在同樣的形變量下，為了達到原本彈簧的形變量，施力必須改變。由 Eq.3-4 可得知，當形變量固定，而施力增加時，彈性係數會變大。

四、虎克定律與波動方程式的比較

此論文透過彈簧的串連看出「彈簧組的波動性」，並藉此提出一個透過彈簧組模擬光的波動性的模型。首先，我們假設彈性係數為 k 的彈簧連接著某個質量為 m 的質點，而此質點的另一端同時也連接著另一個彈性係數為 k 的彈簧。如圖所示：

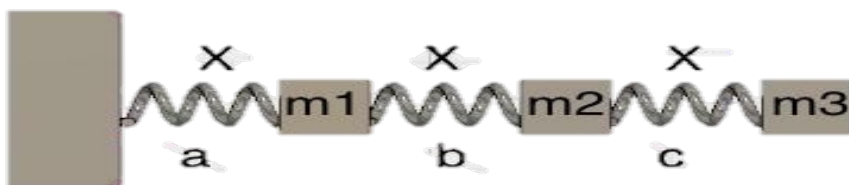


圖 4-1 串聯彈簧組

在圖 4-1 中，質點 m_2 所受的合力為其兩側的彈簧所施予的彈力。

$$[4-1] \quad \overrightarrow{F_{m_2}} = \overrightarrow{F_b} + \overrightarrow{F_c}$$

而彈簧 b 之彈力為：

$$[4-2] \quad \overrightarrow{F}_b = -(\Delta X_{m2} - \Delta X_{m1}) \cdot k$$

其中 m_2 與 m_1 之間的位移差為彈簧 b 的位移。同理，彈簧 c 之彈力為：

$$[4-3] \quad \overrightarrow{F}_c = -(\Delta X_{m2} - \Delta X_{m3}) \cdot k$$

將 4-2 和 4-3 代入 4-1，可得：

$$[4-4] \quad \overrightarrow{F}_{m2} = -(\Delta X_{m2} - \Delta X_{m1}) \cdot k - (\Delta X_{m2} - \Delta X_{m3}) \cdot k$$

整理後：

$$[4-5] \quad \overrightarrow{F}_{m2} = (2 \cdot \Delta X_{m2} - \Delta X_{m1} - \Delta X_{m3}) \cdot k$$

由於加速度可表示成位移對時間的二次微分，可得：

$$[4-6] \quad a = \frac{d^2x}{dt^2} \quad a = \text{加速度 } x = \text{位移 } t = \text{時間}$$

因此 4-5 又可表示成：

$$[4-7] \quad \overrightarrow{F}_{m2} = m_2 \cdot a = m_2 \cdot \frac{d^2x}{dt^2}$$

將 4-5 和 4-7 合併後可得：

$$[4-8] \quad \overrightarrow{F}_{m2} = (2 \cdot \Delta X_{m2} - \Delta X_{m1} - \Delta X_{m3}) \cdot k = m_2 \cdot \frac{d^2x}{dt^2}$$

再來，將物體 m 視為質點，並以第二質點作為原點的狀況下，將彈簧系統座標化如下：

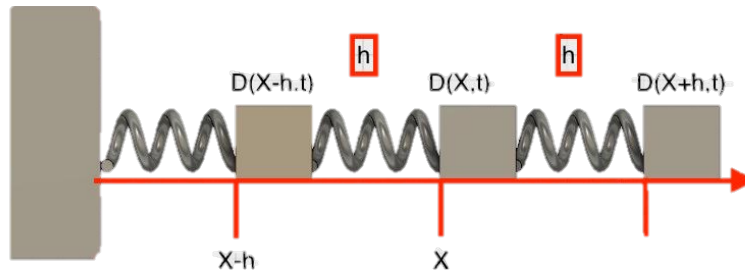


圖 4-2 座標化串聯彈簧組

把各質點的位置與時間當作函數 D 的兩個變數，4-8 可改寫成：

$$[4-9] \quad \overrightarrow{F}_{m2} = (2 \cdot D(X, t) - D(X - h, t) - D(X + h, t)) \cdot k = m_2 \cdot \frac{d^2x}{dt^2}$$

對照波動方程式 2-1 並再次整理後得：

$$[4-10] \quad \frac{\hbar^2 \cdot k}{m} \cdot \left(\frac{D(X+h,t) - 2 \cdot D(X,t) + D(X-h,t)}{h^2} \right) = \frac{d^2}{dt^2} D(X,t)$$

與波動方程式比較後發現二者形式極度相似，故由本論文內虎克定律公式的延伸可以看出彈簧組的「波動性」。

五、電磁波動方程式的模擬

由電磁波動方程式之一：

$$[5-1] \quad \frac{\partial^2}{\partial X^2} B = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} B$$

在高中課程中有提到平均速度跟瞬时速度的概念，平均速率公式為：

$$[5-2] \quad V_{ave} = \frac{\Delta X}{\Delta t} \quad V_{ave} : \text{平均速度} \quad \Delta X : \text{位移} \quad \Delta t : \text{時距}$$

而將 Δt 縮到極小，即是瞬時速度：

$$[5-3] \quad V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta X}{\Delta t}$$

或是：

$$[5-4] \quad V = \frac{dX}{dt}$$

由此可知，差分形式在極限條件下，可以推廣成微分形式，同理，在微分對象的差距擴大後，函數圖形仍為近乎斜直線時，微分形式應可以推導回差分形式。列出我們將波動方程式推演成近似差分形式的過程：

$$[5-5] \quad \begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial X^2} B(X,t) &= \frac{\partial}{\partial X} \left[\frac{\partial}{\partial X} B(X,t) \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial X} \left[\frac{B(X+\Delta X,t) - B(X,t)}{\Delta X} \right] = \frac{[B(X+\Delta X+\Delta X,t) - B(X+\Delta X,t)] - [B(X+\Delta X,t) - B(X,t)]}{\Delta X^2} \\ &= \frac{B(X+2\Delta X,t) - 2B(X+\Delta X,t) + B(X,t)}{\Delta X^2} \end{aligned}$$

由於這是一個波動，時距固定下位移量會相同，因此可以將上式平移為：

$$[5-6] \quad \frac{B(X+\Delta X,t) - 2B(X,t) + B(X-\Delta X,t)}{\Delta X^2}$$

同樣的對等號右側進行平移，可將原方程式變為簡易的差分方程式：

$$[5-7] \quad \frac{[B(X+\Delta X,t) - 2B(X,t) + B(X-\Delta X,t)]}{\Delta X^2} = \frac{1}{c^2} \frac{[B(X,t+\Delta t) - 2B(X,t) + B(X,t-\Delta t)]}{\Delta t^2}$$

由於進行模擬欲得到的為下一刻的函數值，亦即所求為 $B(X, t + \Delta t)$ 。在此情況下，我們可以將變數 ΔX 、 Δt 設為 1，且其視為一個單位的位移，且經過一個單位時間。而我們在將這種單位簡化後，即知所求的波動位移為 2，而在經過相同時間的條件下，也可以直接輸出陣列中位移為 2 的那一列，進而移項到下列公式：

$$[5-8] \quad B(X, t + \Delta t) = c^2 [B(X + \Delta X, t) - 2B(X, t) + B(X - \Delta X, t)] + 2B(X, t) - B(X, t - \Delta t)$$

由此可以得知，要求相同位置下一刻的函數值，需要此位置這一刻、上一位置、下一位置、此位置上一刻的其他四個函數值。經過上述演算後，可以使用程式將公式以陣列形式視覺化，模擬出電磁波動，而其模擬結果也的確符合波動的外觀性質。由此可以證明，由馬克士威方程式推導而得的電磁波動方程式即為波動，也就是，馬克士威方程式所描述的即為一個電磁波動。

在模擬過程中，邊界條件的設定是一大重點。不論是由於程式本身大小範圍的限制，或是為了還原現實中波動遇到阻礙的情況，都需要設定邊界條件來模擬。在固定型邊界的波動模擬中，我們宣告一個陣列 S 已呈現波模擬中的振幅數據，將陣列的大小設為 12×100 ，而最兩側為邊界，恆設為零，不輸出，在此情況下因而呈現了 10 個空間點及 100 個時間點。當所求為 $t + \Delta t$ 的空間點時需要 t 及 $t - \Delta t$ 的空間點，所以須給定前兩個時間點的波數據，接著套用公式。在邊界時，若沒有前一個空間點或下一個空間點時即帶入零。根據程式顯示，在 $C=1$ 的條件下，使用固定型邊界條件所產生的結果，可以明顯看到反射現象。週期行邊界的模擬中，我們將陣列直接設為 10×100 ，若屬需要用到邊界的情況則直接借用另一端的數值。程式結果顯示在 $C=1$ 的條件下可產生週期波。以下分別為程式結果：

1. 固定型邊界的反射波

就結果而言，可以看出反射波的振幅為反方向。以繩波作為比喻，當繩波抵達牆後，繩張力對牆施一向上力（假設震幅以上為正），根據牛頓第三定律，牆對繩施一向下力，因此反射波震幅向下。此模擬的缺點在於必須給定數個預設波型，且只能由給定的波型產生下一單位時間的波型，為較類似脈衝的模擬。邊界條件設定： $S[0]=0$, $S[11]=0$

下圖為程式數據結果的圖形化：

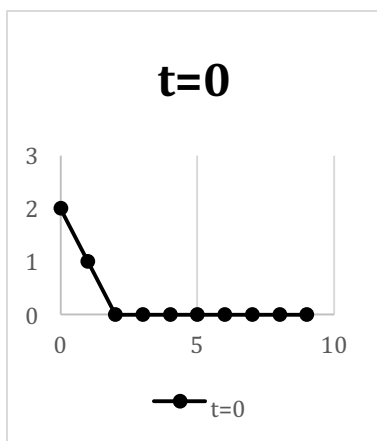


圖 5-1 t=0

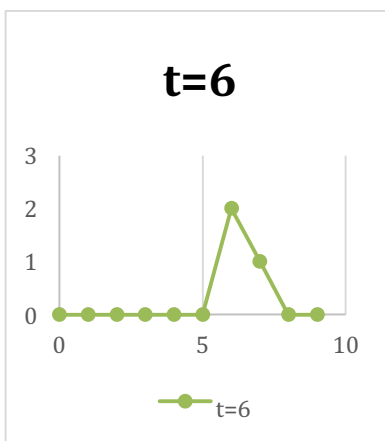


圖 5-2 t=6

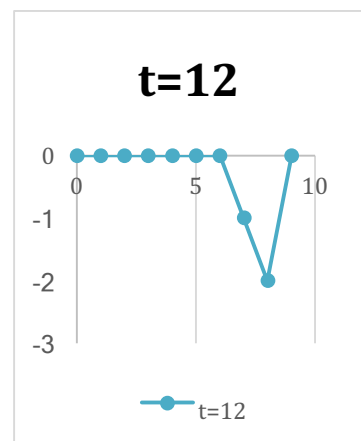


圖 5-3 t=12

2. 週期行邊界的週期波

若將邊界設為週期性邊界，則可以觀察到週期波的現象。邊界條件設定： $S[11]=S[11+i]$
下圖為程式數據結果的圖形化：

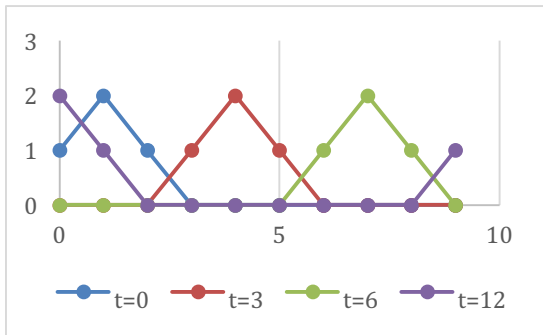


圖 5-2 週期波

3. c 值的探討

由於 c 為一常數，且在差分形式的公式中並沒有規定其值，而在公式推倒過程中亦有簡化過，因此我們認為有必要於 c 值對波型的影響進行探討，在此使用固定型邊界來進行測試。

將 c 值設為 1，而在此假設下，公式套用合理。

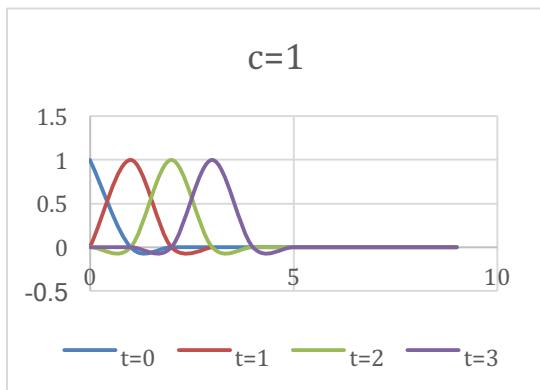


圖 5-3 $c=1$ 時的波型

至於當 c 值為其他不為 1 的數時，結果會造成崩壞，目前我們仍須再進一步研究為何造成崩壞結果。

六、光與物質交互作用

撰寫本論文的目的之一為，運用以古典力學得以詮釋的範圍來解釋近代物理的現象，如：光的散射。在進一步引介本論文所提出的模型之前，我們將先進行參考下列幾項以本論文原創模型得以解釋的物理現象。

1. 電子能階躍遷

電子能階躍遷為量子力學的一部分，並能以微觀的角度完整的解釋許多現象，如：光的反射。電子能階的基本假設是：電子在繞原子核的時候有多種可能的軌道。我們稱

呼這些軌道為不同的能階，而每一個能階代表著不同的能量狀態。在一般狀況下，電子會處在一個低能量且穩定的狀態，稱為基態。根據能量守恆定律，若欲使電子躍遷到一個更高能量的能階，則必須有外來的能量使電子得以躍遷。使其達成能階越遷的方法包括：以特定波長的光給予電子能量、加熱物體……等。電子吸收完能量並躍遷後所形成的這個激發態並不會持續很久。電子反而會為了想要回到一原本更穩定的基態，而將其因躍遷後所得到的位能轉換成光能，並降回基態。

2. 光電效應

光電效應所解釋的為光打到某些物質而使某物質發射出電子的現象。在光電效應中，光被看成一個粒子，稱為光子。若這個光子具有充足的能量，其撞到電子之後即可把電子「撞出」。因為電流實際上為電子的移動，所以當這些電子被撞出後，即相當於產生一個電流。而每個光子的能量與其頻率有關，其式如下：

$$[6-1] \quad E = h \cdot f \quad E: \text{能量} \quad h: \text{普朗克常數} \quad f: \text{頻率}$$

另外，每種物質所需的能量皆不同。若單一光子無法達到此對於能量的「要求」，則無論如何皆不可能有光子被撞出。當電子被撞出時，電子即因不再被原子所束縛而游離化。本論文在之後會提到一個具體的模型解釋此現象。

3. 光的散射

當光進入不同的介質的時候會產生速度上的改變，且因而產生角度上的改變。最著名的例子為牛頓的三稜鏡實驗。當一道太陽光進入三稜鏡再出來後，原本看似白色的光會被分解成其組成光。此現象跟物體的光學密度有關。光的傳遞方式為：介質中，原子的電子吸收光的能量後，再將它「吐」出來到原子間的真空裡，一直到再次被另一個原子所吸收。所以，光於各介質中速度差，便是原子「吞吐」光所造成的。原子抓住光的能力稱為光密度，而各物質的光密度可由其折射率值得知。一物質之折射率值越大，其抓住光子並將其釋出的時間差越長。另外，折射率值除了與物質本身的特性有關外，還與光的頻率有關。頻率較大之光，其折射率值越高，因此，其被物質所減速的程度也越大。在空氣中不易看見散射的原因為其折射率值太小了。真空的折射率值為 1.0000，而空氣的折射率值為 1.0003。

七、模型

1. 斜坡模型（電子能階躍遷）

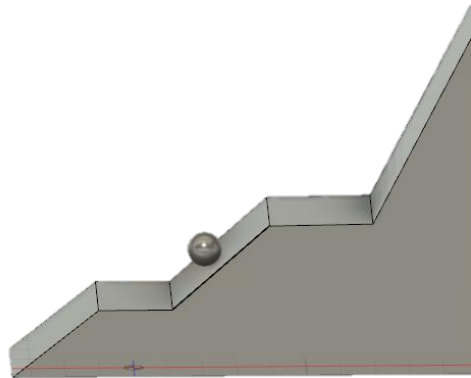


圖 7-1 斜坡模型

為了解釋電子的能階躍遷，本論文提出一個斜坡模型來解釋此現象。首先假設

斜坡為光滑無摩擦力的斜坡。斜坡上的球體代表電子，而不同的台階代表擁有不同位能的電子軌域。臺階間不同的高度代表達到不同軌域所需的不同能量。當球體接受能量而得到動能後，根據力學能守恆定律，球體會往上爬並將其動能轉換成位能。假如能量不夠，球體在往上爬的過程中，若無法達到下一個台階的高度，球體便會往下掉。此相當於電子因為無法爬到下一個能階，而將能量以光子的形式釋放出來的情況。假如能量夠，球體即可爬到下一個台階而達到一個擁有較高位能的狀態。此相當於電子因為能量夠而有辦法爬到下一個能階，進而達到一個較高能量的激發態情況。

2. 彈簧模型

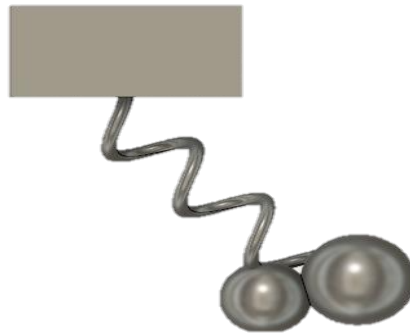


圖 7-2 彈簧模型

在剛剛所提到的光電效應中，電子必須從光子得到足夠的能量才能脫離其原本的軌道。於是，本論文為了解釋這個現象而提出一個運用古典力學能詮釋的彈簧模型。在此模型中，電子相當於被彈簧束縛住的球體；光子則為外來而帶有速度的球體。外來的球體與被束縛的球體相撞時，外來的球體會將其動能轉給被束縛的球體。假如能量不夠，被束縛的球體會回復原狀。此相當於電子從激發態調回基態的情況。反之，假如能量夠，被束縛的球體會因此使彈簧超過其彈性限度而導致彈簧斷裂，球體隨之飛出。然而此模型是不完美的。在此模型中，由於所有的能量皆可使被束縛的球體達到「激發態」，而事實上光必須具有特定能量以上的光才能使電子激發。再者，此模型無法模擬電子「受困於」不同能階的狀態。故此模型只能簡單介紹光電效應之概念。

3. 散射模型

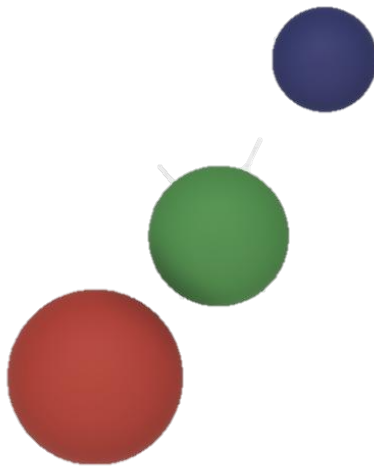


圖 7-3 散射模型

為了解釋前面所提之光的散射，本論文另外提出一個模型來解釋此現象。如前面所

述，折射率值與介質本身的特性與光的頻率有關。在此，本模型再次用球體代表光，而不同質量的球體代表不同頻率的光。球體質量越大，其所代表的光的頻率也越大。另外，此論文將物質本身的特性用摩擦力來代表。動摩擦係數越大，其折射率也越大。也就是說，質量越大，動摩擦係數越大，則球體減速越多。此相當於光的頻率越高，物質本身的折射率越高，則光減速越多。此模型對光在不同介質中的減速與散射現象的詮釋可完全吻合實際狀況。

參、結論：

此篇論文討論了馬克士威方程式及電磁波間的關聯性，透過虎克定律對照馬克士威方程式，再利用程式設計將其視覺化，最後對近代發現的電磁波與物質間的交互作用現象提出能用古典物理解釋的模型。未來我們還需要再進一步研究 c 值對差分公式 (5-8) 程式結果的影響。目前我們的猜測 c 值應為波速，但為何 c 以其他數值代入後卻造成整個程式結果的崩壞，尚待釐清。假如帶入實際生活裡波的數據，程式結果是否還會這樣？另外，目前我們所提出的模型只能解釋一到兩種的現象。進一步研究研究 c 值對差分公式 (5-8) 能不能建立出一個更加概括的模型將是我們未來努力的方向。

肆、參考資料：

馬克士威方程式：Richard Fitzpatrick 《Maxwell' s Equations and the Principles of Electromagnetism》, 2008

拉普拉斯算子運算規則：R Horan & M Lavelle 《The Laplatian》, 2005

高中物理課本：康熹文化事業股份有限公司 《基礎物理（一）》, 2014

虎克定律：Stephen Inwood 《The Forgotten Genius - The Biography of Robert Hooke 1635-1703》, 2003

波動方程式：陸果 《基礎物理學》, 2001